

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра вищої математики та інформатики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету математики і
інформатики



Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

28 " серпня 2024р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Класичні задачі геометрії

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка
(шифр і назва)

спеціальність (предметна спеціальність) 014.04 Середня освіта (Математика)
(шифр і назва)

освітня програма Математика та інформатика
(шифр і назва)

спеціалізація _____
(шифр і назва)

вид дисципліни за вибором
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2024/2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Ликова Ольга Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики та інформатики

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики та інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Завідувач кафедри вищої математики та інформатики



(підпис)

Віктор ЛИСИЦЯ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Математика та інформатика

Гарант освітньо-професійної програми Математика та інформатика



(підпис)

Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією

факультету математики і інформатики

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова методичної комісії факультету математики і інформатики



(підпис)

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Класичні задачі геометрії” складена відповідно до освітньо-професійної програми “Математика та інформатика” підготовки
першого(бакалаврського) рівня
 (назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальності (предметна спеціальність) 014.04 - Середня освіта(Математика)
 спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є розширення та поглиблення знань з елементарної геометрії, формування загальних та фахових компетентностей майбутніх вчителів математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є:

ознайомлення здобувачів вищої освіти з класичними теоремами та задачами елементарної геометрії та історичними відомостями про розвиток геометрії;

ознайомлення майбутніх учителів з різними способами доведення теорем елементарної геометрії та методами розв’язування геометричних задач;

узагальнити знання здобувачів вищої освіти зі шкільного курсу геометрії.

1.3. Кількість кредитів – 5

1.4. Загальна кількість годин – 150

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
86 год.	
Індивідуальні завдання	

1.6. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти мають досягти таких результатів навчання

знати: класичні задачі та теореми елементарної геометрії

вміти: застосовувати класичні теореми елементарної геометрії при розв’язуванні задач шкільного курсу геометрії та олімпіадних задач; доводити теореми елементарної геометрії різними способами; обирати оптимальні методи для розв’язування геометричних задач.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Історія розвитку геометрії. Класичні задачі та теореми елементарної геометрії

Тема 1. Історія розвитку геометрії.

Стислий огляд історії розвитку геометрії. Роль історії математики при вивченні геометрії. Елементи історії математики у шкільному курсі геометрії.

Тема 2. Класичні задачі та теореми елементарної геометрії.

Класичні задачі та теореми елементарної геометрії. Вплив деяких класичних задач елементарної геометрії на розвиток математики.

Розділ 2. Деякі класичні геометричні задачі та теореми давнини

Тема 3. Теорема Фалеса та її застосування.

Теорема Фалеса та обернена до неї. Узагальнена теорема Фалеса та обернена до неї. Застосування теорем про пропорційність відрізків при розв'язуванні задач.

Тема 4. Теорема Піфагора та її застосування.

Теорема Піфагора та обернена до неї. Різні способи доведення теореми Піфагора. Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Застосування теореми Піфагора та її наслідків при розв'язуванні задач.

Тема 5. Класичні задачі на побудову циркулем та лінійкою.

Задачі на побудову циркулем та лінійкою. Класичні задачі на побудову циркулем та лінійкою та їх вплив на розвиток математики. Допоміжні криві та інші допоміжні засоби, які використовували при спробах розв'язання класичних задач на побудову. Подвоєння куба. Квадратура круга. Трисекція кута. Нерозв'язність класичних задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки. Побудова правильних многокутників. Теорема Гауса.

Тема 6. Золотий переріз у задачах елементарної геометрії.

Означення відношення золотого перерізу. Число ϕ . Поділ відрізка у відношенні золотого перерізу за допомогою циркуля та лінійки. Побудова правильного п'ятикутника та правильного десятикутника за допомогою циркуля та лінійки. “Золотий” прямокутник, логарифмічна спіраль. Пентаграма, “золоті” трикутники. Квадрат, вписаний у напівколо та інші задачі, що пов'язані з відношенням золотого перерізу. Зв'язок золотого перерізу з числами Фібоначчі. Золотий переріз у природі, в мистецтві та архітектурі.

Розділ 3. Деякі класичні задачі та теореми про многокутники і кола

Тема 7. Теорема Морлея.

Теорема Морлея. Різні способи доведення теореми Морлея.

Тема 8. Теорема Чеви та її наслідки.

Теорема Чеви. Різні способи доведення теореми Чеви. Теорема Понселе (узагальнення теореми Чеви для многокутників з непарним числом сторін). Обернена теорема Чеви та її наслідки. Центроїд. Ортоцентр. Інцентр. Точка Жергона. Теорема Коатпона та її узагальнення. Застосування оберненої теореми Чеви при розв'язуванні задач.

Тема 9. Описане та вписане кола трикутника. Теорема Ейлера. Зовнівписані кола.

Описане коло. Центр описаного кола. Формула для радіуса описаного кола. Вписане коло. Центр описаного кола. Формули для радіуса вписаного кола. Площа трикутника, вершини якого є точками дотику вписаного кола. Теорема про трилисник. Відстань між центром описаного та центром вписаного кола (інцентром). Теорема Ейлера. Наслідок теореми Ейлера. Зовнівписані кола. Центри зовнівписаних кіл. Точка Нагеля. Вираз площі трикутника через радіус вписаного кола та радіуси зовнівписаних кіл. Формули для радіусів зовнівписаних кіл. Залежність між радіусом вписаного кола та радіусами зовнівписаних кіл.

Тема 10. Коло дев'яти точок. Пряма Ейлера.

Точки Ейлера. Ортотрикутник. Серединний трикутник. Коло дев'яти точок. Центр кола дев'яти точок. Радіус кола дев'яти точок. Пряма Ейлера. Теорема Гамільтона. Наслідок теореми Гамільтона. Теорема Мансіона. Коло дев'яти точок трикутника, вершини якого є центрами зовнівписаних кіл.

Тема 11. Теорема Стюарта та її наслідки.

Теорема Стюарта. Різні способи доведення теореми Стюарта. Наслідки з теореми Стюарта. Формули для обчислення довжин медіан, бісектрис та висот трикутника. Формула Герона.

Тема 12. Відстані між деякими чудовими точками трикутника.

Відстань між центром описаного кола та інцентром. Відстань між центром описаного кола і центроїдом. Відстань між центром описаного кола і ортоцентром. Відстань між центроїдом та ортоцентром. Відстань між центром кола дев'яти точок і центроїдом. Відстань між центром описаного кола і центром кола дев'яти точок.

Тема 13. Теорема Лагранжа. Теорема Штейнера-Лемуса.

Теорема Лагранжа. Теорема Штейнера-Лемуса. Різні способи доведення теореми Штейнера-Лемуса.

Тема 14. Вписані чотирикутники. Теорема Птолемея. Теорема Брамагупти.

Теорема Ейлера. Теореми Паскаля.

Вписані чотирикутники та їх властивості. Теорема Птолемея. Площа вписаного чотирикутника. Теорема Брамагупти. Центроїд чотирикутника та його властивості. Ортоцентр чотирикутника. Пряма Ейлера для вписаного чотирикутника. Теорема Ейлера. Теореми Паскаля для вписаних чотирикутників.

Тема 15. Описані чотирикутники. Теорема Бріаншона. Теорема Ньютона.

Описані чотирикутники та їх властивості. Площа описаного чотирикутника. Площа чотирикутника, що є одночасно вписаним та описаним. Теорема Бріаншона. Теорема Ньютона.

Тема 16. Теорема Вариньона.

Паралелограм Вариньона. Теорема Вариньона. Застосування теореми Вариньона при розв'язуванні задач.

Тема 17. Теорема Менелая та її наслідки.

Теорема Менелая та обернена до неї. Теорема Карно (узагальнення теореми Менелая для многокутників). Педальні трикутники та їх властивості. Пряма Сімсона та її властивості. Пряма Штейнера. Теорема Гауса. Застосування оберненої теореми Менелая при розв'язуванні задач.

Тема 18. Теореми Дезарга, Паппа та Паскаля.

Перспективні трикутники. Теорема Дезарга. Теорема Паппа. Шестикутники, вписані в коло. Теорема Паскаля. Пряма Паскаля.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьо го	у тому числі				
		л	п	ла б	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Історія розвитку геометрії. Класичні задачі та теореми елементарної геометрії												
Тема 1. Історія розвитку геометрії.		1				10						
Тема 2. Класичні задачі та теореми елементарної геометрії.		1										
Разом за розділом 1		2				10						

Розділ 2. Деякі класичні геометричні задачі та теореми давнини											
Тема 3. Теорема Фалеса та її застосування.		2	2			3					
Тема 4. Теорема Піфагора та її застосування.		2	2			4					
Тема 5. Класичні задачі на побудову циркулем та лінійкою.		3	2			8					
Тема 6. Золотий переріз у задачах елементарної геометрії.		2	1			5					
Разом за розділом 2		9	7			20					
Розділ 3. Деякі класичні задачі та теореми про многокутники і кола											
Тема 7. Теорема Морлея.		2	2			3					
Тема 8. Теорема Чеви та її наслідки.		2	3			6					
Тема 9. Описане та вписане кола трикутника. Теорема Ейлера. Зовнівписані кола.		2	2			5					
Тема 10. Коло дев'яти точок. Пряма Ейлера.		2	2			5					
Тема 11. Теорема Стюарта та її наслідки.		1	2			4					
Тема 12. Відстані між деякими чудовими точками трикутника.		1	1			3					
Тема 13. Теорема Лагранжа. Теорема Штейнера-Лемуса.		1	1			3					
Тема 14. Вписані чотирикутники. Теорема Птолемея. Теорема Брахмагупти. Теорема Ейлера. Теореми Паскаля.		2	3			7					
Тема 15. Описані чотирикутники. Теорема Бріансона. Теорема Ньютона.		2	2			5					
Тема 16. Теорема Варіньона.		1	1			2					

Тема 17. Теорема Менелая та її наслідки.		2	4			6						
Тема 18. Теорема Дезарга, Паппа та Паскаля.		3	2			7						
Разом за розділом 3		21	25			56						
Усього годин	150	32	32			86						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Теорема Фалеса та її застосування.	2
2	Теорема Піфагора та її застосування.	2
3	Класичні задачі на побудову циркулем та лінійкою.	2
4	Золотий переріз у задачах елементарної геометрії.	1
5	Теорема Морлея.	2
6	Теорема Чеви та її наслідки.	3
7	Описане та вписане кола трикутника. Теорема Ейлера. Зовнівписані кола.	2
8	Коло дев'яти точок. Пряма Ейлера.	2
9	Теорема Стюарта та її наслідки.	2
10	Відстані між деякими чудовими точками трикутника.	1
11	Теорема Лагранжа. Теорема Штейнера-Лемуса.	1
12	Вписані чотирикутники. Теорема Птолемея. Теорема Брахмагупти. Теорема Ейлера. Теорема Паскаля.	3
13	Описані чотирикутники. Теорема Бріаншона. Теорема Ньютона.	2
14	Теорема Варіньона.	1
15	Теорема Менелая та її наслідки.	4
16	Теорема Дезарга, Паппа та Паскаля.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Історія розвитку геометрії.	10
2	Теорема Фалеса та її застосування.	3
3	Теорема Піфагора та її застосування.	4
4	Класичні задачі на побудову циркулем та лінійкою.	8
5	Золотий переріз у задачах елементарної геометрії.	5
6	Теорема Морлея.	3
7	Теорема Чеви та її наслідки.	6
8	Описане та вписане кола трикутника. Теорема Ейлера. Зовнівписані кола.	5
9	Коло дев'яти точок. Пряма Ейлера.	5
10	Теорема Стюарта та її наслідки.	4
11	Відстані між деякими чудовими точками трикутника.	3

12	Теорема Штейнера-Лемуса.	3
13	Вписані чотирикутники. Теорема Птолемея. Теорема Брахмагупти. Теорема Ейлера. Теореми Паскаля.	7
14	Описані чотирикутники. Теорема Бріаншона. Теорема Ньютона.	5
15	Теорема Варіньона.	2
16	Теорема Менелая та її наслідки.	6
17	Теореми Дезарга, Паппа та Паскаля.	7
	Разом	86

6. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним планом.

7. Методи навчання

При проведенні визначених планом видів занять використовуються наступні методи.

1. Під час викладання навчального матеріалу: словесні (бесіда, пояснення, розповідь); наочні (ілюстрування, демонстрація, самостійне спостереження); практичні (вправи, практичні роботи, дослідні роботи).

2. За організаційним характером навчання: методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності; методи стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності; методи контролю та самоконтролю у навчанні.

3. За логікою сприймання та засвоєння навчального матеріалу: індуктивно-дедукційні, аналітичні, дослідницькі, проблемні тощо.

4. За ступенем управління навчальним процесом: навчання під керівництвом викладача, самостійна робота з підручниками і науковою літературою, текстами лекцій.

8. Методи контролю

Контроль за відвідуванням занять, усне опитування під час лекцій та практичних занять, перевірка домашніх завдань, проведення контрольних робіт, заключний семестровий контроль у формі заліку.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота			Разом	Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	60	40	100
T1-T2	T3-T6	T7-T18			
5	15	40			

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю.

Критерії оцінювання навчальних досягнень.

Протягом семестру здобувач виконує дві контрольні роботи. Кожне завдання контрольної роботи оцінюється максимально 4 або 5 балами в залежності від складності завдання.

<i>Критерії оцінювання завдання у 5 балів</i>	
Оцінка в балах	Пояснення
5 балів	Бездоганно виконана задача.

4,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено одну несуттєву арифметичну помилку.
4 бали	При розв'язуванні допущено 2 несуттєвих арифметичних помилки, але розв'язання у цілому було логічно правильним
3,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено 1 логічну помилку.
3 бали	При розв'язуванні задачі допущено 1 логічну помилку і 1 – 2 арифметичних помилки.
2,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних помилки.
2 бали	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних і 1 – 2 арифметичних помилки.
1,5 бали	Здобувач приступив до розв'язування задачі, хід розв'язання правильний, але до кінця не доведений.
1 бал	Здобувач зрозумів умову задачі, зробив кілька кроків до розв'язання, але задачу не вирішив.
0,5 балів	Здобувач навів деякі формули, необхідні для розв'язання задачі.
0 балів	Здобувач не приступав до розв'язування задачі.

<i>Критерії оцінювання завдання у 4 бали</i>	
Оцінка в балах	Пояснення
4 бали	Бездоганно виконана задача.
3,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено одну несуттєву арифметичну помилку.
3 бали	При розв'язуванні допущено 2 несуттєвих арифметичних помилки або 1 логічну помилку.
2,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено 1 логічну помилку і 1 – 2 арифметичних помилки.
2 бали	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних помилки.
1,5 бали	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних і 1 – 2 арифметичних помилки.
1 бал	Здобувач зрозумів умову задачі, зробив кілька кроків до розв'язання, але задачу не вирішив.
0,5 балів	Здобувач навів деякі формули, необхідні для розв'язання задачі.
0 балів	Здобувач не приступав до розв'язування задачі.

Залікова робота складається з чотирьох завдань – двох теоретичних питань та двох практичних завдань. Відповідь на кожне теоретичне питання оцінюється максимально 10 балами, які можна отримати у разі повної та обґрунтованої відповіді з наведенням необхідних прикладів. Кожне практичне завдання залікової роботи оцінюється максимально 10 балами.

<i>Критерії оцінювання завдання у 10 балів</i>	
Оцінка в балах	Пояснення
10 балів	Бездоганно виконана задача.
9 балів	При розв'язуванні задачі допущено одну несуттєву арифметичну помилку.
8 балів	При розв'язуванні допущено 2 несуттєвих арифметичних помилки, але розв'язання у цілому було логічно правильним
7 балів	При розв'язуванні задачі допущено 1 логічну помилку.
6 балів	При розв'язуванні задачі допущено 1 логічну помилку і 1 – 2 арифметичних помилки.
5 балів	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних помилки.

4 бали	При розв'язуванні задачі допущено 2 логічних і 1 – 2 арифметичних помилки.
3 бали	Здобувач приступив до розв'язування задачі, хід розв'язання правильний, але до кінця не доведений.
2 бали	Здобувач зрозумів умову задачі, зробив кілька кроків до розв'язання, але задачу не вирішив.
1 бал	Здобувач навів деякі формули, необхідні для розв'язання задачі.
0 балів	Здобувач не приступав до розв'язування задачі.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Бевз Г.П. Геометрія трикутника: Навч.-метод. посіб. для загальноосвіт. навч. закл. – К.: Генеза, 2005. – 120 с.
2. Кушнір І.А. Трикутник і тетраедр у задачах. К.: Рад. шк., 1991. – 208 с.
3. Раухман А.С., Белешко Д.Т., Тадаєв П.О. Геометрія чотирикутника. Навч. Пос./ За ред. В.О. Тадеєва. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2010. – 152 с.
4. Сарана О.А., Семенець С.П. Нестандартні геометричні задачі: Навчально-методичний посібник. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007.- 150 с.
5. Ясінський В. А. Секрети підготовки школярів до Всеукраїнських та Міжнародних математичних олімпіад. Геометрія / В. А. Ясінський, О. Б. Панасенко. Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2014. – 224 с.
6. H.S.M. Coxeter and S.L. Greitzer: Geometry Revisited (Softcover Edition). Published 1967, MMA Press.– 193 p.

Допоміжна література

1. Григорчук М. Від Піфагора до Архімеда. // Світогляд, 2018, №5 (73). – С. 40-55
2. Григорчук М. Золоте ірраціональне число. // Світогляд, 2017, №6 (68). – С. 42-60
3. Костарчук В. Н., Хацет Б. І. Про можливе і неможливе в геометрії циркуля та лінійки. К.: Рад. шк., 1962. – 128 с.
4. Маловичко В.К. Теорія і практика геометричних побудов. К.: Рад. шк., 1941. – 190 с.
5. Розуменко А.О., Власенко В.Ф., Розуменко А.М. Знамениті задачі математики // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 3 (6). – С. 51-65.
6. Стройк Д. Коротка історія математики. – К.: Рад. шк., 1960. 305 с.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://www.geogebra.org/t/math>